

TD 5

Nominal debt and time-inconsistency

References

Díaz-Giménez, Javier, Giorgia Giovanetti, Ramon Marimon, and Pedro Teles (2006) “Nominal debt as a burden on monetary policy.” *WP*

Points techniques du TD :

- La cohérence temporelle,
- L'équilibre récursif et la fonction valeur,
- Le Lagrangien intertemporel.

A. Introduction

Dans ce TD, on s'intéresse à l'impact de la dette sur la politique monétaire. En particulier, on regarde l'impact de l'émission de dette nominale, dette réelle et enfin l'impact de la capacité d'engagement (crédibilité) du gouvernement.

B. Présentation de l'économie

L'économie est peuplée d'un ménage représentatif, d'un gouvernement bienveillant et d'une firme.

Le gouvernement

A chaque date $t = 0, 1, \dots$, le gouvernement finance des dépenses publiques g exogènes et constantes par l'émission de monnaie M_{t+1}^g et de dette nominale B_{t+1}^g . La dette émise à la date $t-1$ paie à la date t le taux d'intérêt nominal i_t . On note p_t le prix d'une unité de consommation agrégée en unités monétaires. On suppose que le gouvernement hérite à la date 0 du paiement d'un stock de monnaie M_0 donné ainsi que d'un remboursement de dette nominale $(1+i_0)B_0$ également donné.

La politique du gouvernement est déterminée par le choix des quantités de monnaie, de dette et de dépenses publiques, que l'on note $\{M_{t+1}^g, B_{t+1}^g, g\}_{t \geq 0}$

Le ménage

A chaque date t , le ménage consomme c_t et travaille n_t . Il valorise sa consommation et son travail par l'utilité intertemporelle suivante :

$$U(c, n) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{u(c_t) - \alpha n_t\}$$

On suppose que u est croissante, concave et dans la plupart de l'article on supposera que cette utilité sera log.

A chaque date t , le ménage consomme une partie de ses revenus totaux : revenus du travail, revenus de ses placements en monnaie et dette nominale. Il épargne l'autre partie de ses revenus en détenant de la monnaie M_{t+1} et de la dette nominale B_{t+1} .

En termes de rendement la monnaie est un actif strictement dominé par la dette nominale. Pour 'forcer' la détention de monnaie par le ménage, on impose une contrainte de cash-in-advance à la Svensson. Le ménage ne peut pas consommer plus que les encaisses réelles qu'il détenait à la fin de la période précédente. La contrainte de cash-in-advance à la Lucas dit que le ménage ne peut pas consommer plus que ses encaisses réelles en période courante¹. Ainsi :

$$c_t \leq \frac{M_t}{P_t}$$

La firme

La firme produit à l'aide d'une technologie linéaire $y = n$ des biens à partir du travail. Ces biens peuvent être consommés indifféremment par le ménage ou par le gouvernement.

1. Ecrire la contrainte budgétaire du gouvernement.
2. Calculer le salaire réel et écrire la contrainte budgétaire du ménage.
3. Ecrire la contrainte de ressource de l'économie
4. Ecrire le programme du ménage, le résoudre et exprimer le taux nominal i_{t+1} en fonction d'une part de la consommation c_t et des prix d'autre part.
5. Ecrire l'égalité de l'offre et de la demande sur les marchés de la monnaie et de la dette. En déduire, ainsi que de la question précédente, que la contrainte budgétaire du gouvernement peut s'écrire sous la forme suivante :

$$c_{t+1} u'(c_{t+1}) \frac{\beta}{\alpha} + \beta z_{t+1} c_{t+1} = c_t + z_t c_t + g$$

with : $z_t = \frac{B_t(1 + i_t)}{M_t}$

6. On suppose que la condition de transversalité $\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T \frac{M_{T+1} + B_{T+1}}{p_T} = 0$ est vérifiée. Montrer alors que la contrainte budgétaire intertemporelle du gou-

¹La contrainte à la Svensson fait plus de sens quand la période est courte, de l'ordre de la semaine.

vement se réduit à :

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(c_{t+1} u'(c_{t+1}) \frac{\beta}{\alpha} - (c_t + g) \right) = z_0 c_0 \quad (1)$$

C. Engagement crédible du gouvernement

Dans cette partie, nous supposons que le gouvernement est en mesure de s'engager de façon crédible à $t = 0$ sur l'ensemble des politiques futures. On suppose que le gouvernement cherche à déterminer l'optimum de Ramsey : il maximise l'utilité du ménage sous la contrainte d'implémentabilité (1).

7. Résoudre le programme de Ramsey dans le cas où $u = \ln$. En particulier faire attention aux cas où $t = 0$ et ≥ 1 . Montrer notamment que $c_0^F < c_1^F = c_{t+1}^F$ pour tout $t \geq 0$.

8. Commenter le résultat précédent. Que penser des conséquences de l'engagement crédible du gouvernement ?

D. Pas d'engagement crédible du gouvernement

Dans cette section, on lève l'hypothèse d'engagement crédible de la part du gouvernement. En conséquence, la particularité de la période 0 de l'exemple précédent se répète à chaque période et le programme de Ramsey souffre d'un problème de cohérence temporelle.

On propose deux solutions pour résoudre le cas d'absence d'engagement : la première repose sur un calcul de Lagrangien intertemporel et la seconde sur un calcul de fonction valeur.

9. Pour la première méthode, on cherche à déterminer quel est l'équilibre de Ramsey qui est cohérent temporellement².

a. Déterminer l'équilibre de Ramsey pour le gouvernement de la date 0. On note $\lambda^{(0)}$ le multiplicateur de Lagrange associé.

b. Déterminer l'équilibre de Ramsey pour le gouvernement de la date 1. On note $\lambda^{(1)}$ le multiplicateur de Lagrange associé.

c. En déduire l'équilibre de Ramsey cohérent temporellement.

10. La seconde méthode repose sur l'optimisation de la fonction valeur. L'hypothèse importante est que les fonctions de réponse à la date $t + 1$ ne dépendent pas de l'ensemble de l'histoire mais uniquement de la valeur de la variable d'état à la date t .

a. Expliquer pourquoi cet équilibre est cohérent temporellement.

b. Ecrire le programme du gouvernement. Déterminer les conditions du premier ordre et appliquer le théorème de l'enveloppe.

c. Caractériser l'optimum et conclure. Comparer notamment avec le cas où l'engagement du gouvernement est crédible.

²NB : cet équilibre de Ramsey cohérent temporellement n'existe pas toujours.

E. Dette indexée

Dans cette section on suppose que le gouvernement n'émet plus de dette nominale mais émet de la dette réelle notée b_t .

11. Montrer que la contrainte d'implémentabilité du gouvernement est la suivante.

$$c_{t+1} u'(c_{t+1}) \frac{\beta}{\alpha} + \beta b_{t+1} = c_t + g + b_t$$

12. Ecrire le programme du gouvernement sous forme récursive et le résoudre dans le cas log. Montrer que la consommation et le niveau de dette restent constants au cours du temps.

13. Montrer que si $b_0 = \frac{B_0(1+i_0)}{p_0^F}$, le bien-être est plus élevé dans l'économie avec de la dette indexée que de la dette nominale.