François Le Grand
legrand@pse.ens.fr
Séances des 7 et 10 Novembre 2006
Cours de Macroéconomie 4 (Prof. Daniel Cohen)
http://www.pse.ens.fr/junior/legrand/cours.html

TD 8

Inefficient foreign borrowing

References

Tirole, Jean (2003) "Inefficient foreign borrowing: A dual- and common-agency perspective." *American Economic Review* 93(5), pp. 1678–1702

Points techniques du TD :

- International lending,
- Moral Hazard.

A. Introduction

L'objectif de ce TD est d'étudier la qualité et de le niveau de l'accès d'un pays aux marchés de capitaux internationaux.

B. Set–up du modèle

On considère une petite économie ouverte (le taux d'intérêt est ainsi déterminé de manière exogène) peuplée d'un large nombre d'entrepreneurs neutres au risque tous identiques. On normalise leur quantité à 1.
Il existe un bien unique parfaitement échangeable.

Timing du modèle

Le timing du modèle est divisé en trois dates :

- **Date 0 :** L'entrepreneur représentatif dispose d'une richesse initiale A et emprunte une quantité I_f sur les marchés internationaux (à des investisseurs étrangers) pour réaliser un projet. La taille du projet est donc : $I = A + I_f$. Le marché du capital est parfaitement compétitif et les investisseurs étrangers sont neutres au risque. Le taux d'intérêt mondial est normalisé à zéro (aucun des résultats ne dépend de cette hypothèse). En conséquence, les entrepreneurs domestiques empruntent autant qu'ils veulent dès lors que les investisseurs étrangers espèrent récupérer en période 2 (au moins) la quantité prêtée.

- **Date 1 :** Le gouvernement du pays choisit une action $\tau \in T \subseteq [0,1]$ où T désigne l'ensemble des actions possibles du gouvernement. L'action τ choisie par le gouvernement augmente la probabilité de succès du projet en période 2 mais coûte $\gamma(\tau)$ aux résidents domestiques par unité d'investissement (coût payé par les résidents comme une lump–sum tax). $\gamma(\tau)$ est strictement convexe et croissante en τ. On peut interpréter τ comme la construction d'infrastructures à financer en taxant les résidents domestiques (toute action publique qui augmente le rendement du capital au détriment des insiders). L'action choisie par le gouvernement est telle qu'elle maximise le bien–être des entrepreneurs domestiques *ex–post.*

- **Date 2 :** La production à partir de l'investissement en période 0 est réalisée. Si l'entrepreneur fournit un effort, avec une probabilité $(p+\tau)$, le projet de taille I réussit et rapporte $R\,I$, dans le cas contraire le projet échoue et rapporte 0. Si l'entrepreneur ne fournit aucun effort ("shirking"), le projet réussit avec probabilité τ et l'entrepreneur touche $B\,I$ comme bénéfices privés. En cas de succès, les entrepreneurs domestiques remboursent leur dette en distribuant $r\,I$ aux investisseurs externes et gardent $(R-r)\,I$. Le taux r est déterminé de manière endogène du fait de l'aléa moral.

C. Entrepreneurs

1. À quelle condition sur r l'entrepreneur fournit–il un effort ?
   L'entrepreneur fournit un effort si son revenu espéré avec effort (probabilité de réussite $p+\tau$ et gain de $(R-r)\,I$) est supérieur à celui sans effort (bénéfice privé $r\,I$ + probabilité de réussite τ). La condition s'écrit donc :

$$\begin{aligned} (p+\tau)\,(R-r)\,I &\geq B\,I + \tau\,(R-r)\,I \\ p\,(R-r) &\geq B \\ r &\leq R - \frac{B}{p} \end{aligned}$$

   Le taux est décroissant de l'intensité de l'aléa moral B (et donc du coût de l'incitation) et croissant de la probabilité de réussite du projet (le rendement espéré de l'effort croît).

2. Écrire le pay–off espéré S_f des investisseurs étrangers en période 0. En déduire la taille maximale (I) d'un investissement à (p, τ, A, r) donnés.
   L'investisseur a investi I_f en période 0 et cela lui rapporte en période 2 $r\,I$ avec probabilité $p+\tau$ et 0 sinon. Le pay–off de l'investisseur est donc (taux d'intérêt = 0) :

$$S_f = (p+\tau)rI - I_f$$

   L'investisseur étant neutre au risque, il est près à investir tant que son profit espéré est positif, i.e. tant que $S_f \geq 0$. On en déduit, en remar-

quant que $I_f + I = A$ *:*

$$\begin{aligned} (p+\tau)rI &\geq I - A \\ I &\leq \frac{A}{1-(p+\tau)r} \end{aligned}$$

On supposera[1] : $0 < R - \frac{B}{p} < \frac{1}{p+\tau}$ et $R > \frac{1}{p+\tau}$

3. Déduire des question précédentes la taille de l'investissement I et le taux d'intérêt r à l'équilibre. Commenter.

Les deux contraintes précédentes sont saturées et :

$$\begin{aligned} I &= \frac{A}{1-(p+\tau)r} \\ r &= R - \frac{B}{p} \end{aligned}$$

L'entrepreneur fait mieux que le marché (en espérance dès lors qu'il fait un effort) : il est donc incité à faire le projet le plus grand possible.
Afin d'augmenter la taille de son projet, il offre à l'investisseur étranger la part maximale de surplus qui est compatible avec son incitation à fournir un effort. La part de surplus qu'il conserve croît ($r \downarrow$) *donc avec l'importance de l'aléa moral est important* ($B \uparrow$) *et cela diminue la taille du projet* ($I \downarrow$).
Par ailleurs, plus il a de richesse initiale ($A \uparrow$)*, plus le projet qu'il peut lancer est important* ($A \uparrow$)*. La taille du projet augmente + que proportionnellement avec sa richesse. Cela résulte de l'aléa moral : sa richesse fait office de collatéral et lui permet d'emprunter davantage.*

D. Gouvernement

Commitment policy

Commençons par supposer que le gouvernement peut s'engager en période 0 (avant que le projet soit lancé) à mettre en oeuvre en période 1 la politique τ^{com} qui maximise le bien–être global (entrepreneurs domestiques et investisseurs étrangers).

4. Écrire la fonction objectif du gouvernement dans ce cas. En déduire l'équation qui régit l'action choisie par le gouvernement. Pourquoi cette politique n'est pas cohérente temporellement ? Quelle est la politique menée une fois que le capital étranger est en place (notée τ^*) ?

Le gouvernement maximise le surplus global. Avec probabilité $p + \tau$ *le projet rapporte* $R\,I$ *et il coûte* $I + \gamma(\tau)\,I$.

$$\max_{\tau} \big((p+\tau)R - (1+\gamma(\tau))\big) I(\tau)$$

$$\textit{avec :} \qquad I(\tau) = \frac{A}{1-(p+\tau)r}$$

[1] Ces hypothèses assurent que l'entrepreneur est plus productif que le marché (quand il fait un effort) mais qu'il ne désire par faire un projet de taille infinie (autrement dit qu'il soit contraint sur le marché du crédit du fait de l'aléa moral).

On dérive et l'on obtient :

$$R\,I(\tau) + (p+\tau)R\frac{\partial I}{\partial \tau} = \gamma'(\tau)I(\tau) + (1+\gamma(\tau))\frac{\partial I}{\partial \tau}$$

Or $\dfrac{\partial I}{\partial \tau} = \dfrac{rA}{(1-(p+\tau)r)^2} = \dfrac{r}{(1-(p+\tau)r)}I(\tau)$. *On en déduit alors après simplification par I :*

$$\gamma'(\tau^{com}) = R + \big((p+\tau)R - (1+\gamma(\tau^{com}))\big)\frac{r}{1-(p+\tau^{com})r} > R$$

Ex–ante, le gouvernement cherche à attirer au maximum des capitaux étrangers. Il a donc intérêt à mettre en place une politique "investor–friendly".
Ex post, une fois que les investisseurs sont venus et que le capital a été investi (I est donc fixé), l'objectif du gouvernement est de maximiser le surplus total net du paiement aux investisseurs étrangers, soit :

$$\max_{\tau}\big((p+\tau)\,(R-r) - (1+\gamma(\tau))\big)I$$
$$I \text{ est constant.}$$

La CPO est :

$$\begin{aligned} R - r &= \gamma'(\tau^*) < R < \gamma'(\tau^{com}) \\ \gamma'(\tau^{com}) - \gamma'(\tau^*) &= r\left(1 + \frac{(p+\tau^{com})R - (1+\gamma(\tau^{com}))}{1-(p+\tau^{com})r}\right) > 0 \end{aligned}$$

On en déduit que $\tau^* < \tau^{com}$. *L'aléa moral du gouvernement le pousse ex–post à mener une politique moins "investor–friendly"et à "exproprier les investisseurs étrangers"au bénéfices des entrepreneurs nationaux. Il y a donc incohérence temporelle dans la politique du gouvernement. Ex–ante, il souhaite attirer les investisseurs étrangers et ex–post, il souhaite en partie les exproprier.*

5. En déduire la taille des projets (I^*) si les investisseurs étrangers anticipent que l'engagement du gouvernement *ex–ante* n'est pas crédible.
Si l'engagement ex–ante du gouvernement n'est pas crédible, les investisseurs étrangers prêtent moins, et les possibilités d'endettement du pays sont réduites. Ce sont en effet les choix du gouvernement ex–post qui deviennent crédibles. Ainsi :

$$\begin{aligned} I^* &= I(\tau^*) = \frac{A}{1-(p+\tau^*)r} < I(\tau^{com}) \\ \text{avec :} &\quad \gamma'(\tau^*) = R - r \end{aligned}$$

E. Applications et extensions

E. 1. Investissement domestique

On suppose que le projet peut être financé par de l'épargne domestique notée (I_d) (et toujours des investisseurs étrangers, I_f). On considère I_d fixe. Les investisseurs domestiques sont aussi neutres au risque et disposent de la même technologie de stockage que les étrangers (qui leur permet de placer au taux 0).

6. Quelle est la part du surplus versée aux investisseurs domestiques et étrangers ?

La part du surplus versée aux investisseurs est toujours en cas de succès $(r\,I)$. *Le surplus espéré versé est donc :* $(p+\tau)rI$.

Il est partagé entre investisseurs domestiques et investisseurs étrangers au prorata de leur mise initiale :

$$\begin{aligned} V_d &= \frac{I_d}{I_d + I_f}(p+\tau)rI \\ V_f &= \frac{I_f}{I_d + I_f}(p+\tau)rI \end{aligned}$$

7. Écrire l'objectif du gouvernement en période (1). On notera que le bien–être des investisseurs domestiques entre dans sa fonction objectif.
En déduire la politique τ^{**} cohérente temporellement choisie par le gouvernement. Commenter. Quel est l'impact de l'épargne domestique sur la quantité prêtée par les investisseurs étrangers ?

Ex–post, *le programme du gouvernement est (où I est pris comme donné du point de vue de l'État du fait de l'incohérence temporelle) :*

$$\max_{\tau}\left[(p+\tau)\,(R-r) + (p+\tau)r\frac{I_d}{I_d+I_f} - (1+\gamma(\tau))\right] I$$

Après dérivation, on en déduit :

$$\begin{aligned} \gamma'(\tau^{**}) &= R - r + r\frac{I_d}{I_d+I_f} > \gamma'(\tau^{*}) \\ \tau^{**} &> \tau^{*} \end{aligned}$$

La présence d'épargne domestique "discipline" l'État qui est moins incité à exproprier les investisseurs externes en deuxième période. Sinon il exproprierait à la fois les investisseurs étrangers mais aussi les investisseurs domestiques. Cette discipline augmente la taille des investissements.
L'épargne domestique a un effet ambigu sur la quantité d'investissement étranger. En effet, lorsque l'épargne domestique augmente, il y a moins besoin de financements étrangers (effet d'éviction standard) mais comme la part des investisseurs domestiques dans le projet augmente ($\frac{I_d}{I_d+I_f}\uparrow$), *l'État est amené à adopter une politique plus "investor–friendly"* ($\tau^{**}\uparrow$) *et l'entrepreneur peut emprunter davantage sur les marchés internationaux. Ce deuxième effet peut éventuellement dominer. Une politique visant à stimuler l'épargne domestique (vers des entreprises domestiques) peut*

ainsi accroître les flux de capitaux étrangers vers le pays.

$$
\begin{aligned}
I_f^{**} + I_d &= I(\tau^{**}) - A = \frac{(p+\tau^{**})rA}{1-(p+\tau^{**})r} \\
I_f^{**} &= \frac{(p+\tau^{**})rA}{1-(p+\tau^{**})r} - I_d \\
\frac{\partial I_f^{**}}{\partial I_d} &= \frac{\partial \tau^{**}}{\partial I_d}\frac{rA}{(1-(p+\tau^{**})r)^2} - 1 \\
&= \underbrace{\frac{\partial \tau^{**}}{\partial I_d}\frac{rI}{1-(p+\tau^{**})r}}_{\textit{Effet Discipline (+)}} - \underbrace{1}_{\textit{Crowding out(-)}}
\end{aligned}
$$

E. 2. Short–term vs. Long–term Debt Composition

On suppose à nouveau que $I_d = 0$.

Timing du modèle

On suppose qu'il existe une étape intermédiaire par rapport au set–up précédent où les firmes ont des revenus intermédiaires et doivent faire face à un choc de liquidité. Cette étape supplémentaire ajoute une dimension au mode de financement des firmes. Elles peuvent s'endetter à court–terme en quantité dI). Une partie de leur dette sera donc remboursée à cette étape intermédiaire. Le nouveau timing du modèle est présenté à la figure (Fig. 1).

0		1	2
• L'entrepreneur représentatif a une richesse A, emprunte $I - A$ et investit I. • Le contrat financier: $d\,I$ doit être remboursé à la date 1 et si la firme continue à la date 1 et réussit à la date 2, $r\,I$ doit être remboursé à la date 2.	• Le gouvernement choisit la politique τ.	• Revenus $s\,I$ et paiement de la dette $d\,I$. • Choc de liquidité $\rho\,I$. • Le marché observe τ. • La firme continue si le choc de liquidité est bon.	• (Si la firme a continué à la date 1:) Réalisation d'un profit $R\,I$ avec proba. $p+\tau$ ou 0. • Partage des profits selon le contrat de la date 0.

Figure 1: Nouveau timing

Le nouvel ingrédient est le management des liquidités en période 1. La firme reçoit le niveau de revenus (déterministe) (sI) à partir duquel elle paie sa dette à court–terme (dI) ($sI \geq dI$) et faire face au choc de liquidité qui lui coûte

(ρI). Le choc de liquidité est stochastique et suit une loi uniforme sur $[0, \overline{\rho}]$. Si l'entreprise ne peut faire face à ce choc de liquidité, le projet est abandonné et rien n'est produit en période 2 (liquidation). On note $\rho^* < \overline{\rho}$ le seuil au delà duquel l'entreprise ne peut faire face à son choc de liquidité (ρ^* sera déterminé à l'équilibre).
Si $\rho > \rho^*$, l'entreprise est liquidée et les revenus de période 1 sont versés au créanciers.
L'entrepreneur, une fois le choc de liquidité observé, peut demander des "fonds neufs" pour se refinancer plutôt que de liquider l'entreprise (si bien qu'on peut avoir à l'équilibre $\rho^* > s - d^*$).

On admet que le contrat optimal spécifie les termes suivants (ρ^*, I) :

- l'entrepreneur emprunte $I - A$ en période 0.
- l'entrepreneur donne $s\,I$ en première période à l'investisseur. En échange, l'investisseur finance tout choc de liquidité tel que $\rho \leq \rho^*$.
- en cas de continuation $\rho \leq \rho^*$, l'entrepreneur touche $(R-r)\,I$ et l'investisseur $r\,I$.

Ce contrat optimal sera mis en oeuvre par l'émission de dette à court–terme.
On suppose toujours que r peut être pris comme fixe du fait de l'aléa moral (égal à $R - \frac{B}{p}$). On supposera que les paramètres sont tels que $\rho^* < \overline{\rho}$.

8. Écrire l'espérance du surplus dégagé (S) en période 2 en fonction de (ρ^*, I). À quelle condition les investisseurs étrangers acceptent le contrat de financement proposé ?

En recettes, on compte les revenus de première période certains $s\,I$, les revenus de 2ème période si la firme continue (probabilité que $\rho \geq \rho^* = \rho^*/\bar{\rho}$) et si elle réussit (probabilité $p+\tau$). En dépenses, on comptabilise l'investissement I et le coût espéré $\mathbb{E}[\rho]I$. Au total, le surplus est :

$$\begin{aligned} S(\rho^*, I) &= \frac{\rho^*}{\overline{\rho}}(p+\tau)\,R\,I + s\,I - I\,(1 + \underbrace{\int_0^{\rho^*} \frac{\rho}{\overline{\rho}} d\rho}_{=\mathbb{E}\rho}) \\ &= sI - \frac{(\rho^*)^2}{2\overline{\rho}} I + \frac{\rho^*}{\overline{\rho}}(p+\tau)RI - I \end{aligned}$$

On peut réécrire ce surplus ainsi :

$$S(\rho^*, I) = \underbrace{\int_0^{\rho^*} \Big((s-\rho)I + (p+\tau)rI\Big)\frac{d\rho}{\overline{\rho}}}_{refinancement} + \underbrace{\int_{\rho^*}^{\overline{\rho}} sI \frac{d\rho}{\overline{\rho}}}_{liquidation}$$

Le surplus espéré total s'interprète comme la somme de la valeur de liquidation plus la valeur du profit après refinancement.
Les investisseurs étrangers investiront au maximum un montant égal à ce qu'ils pourront récupérer, à savoir ici S.

$$sI - \frac{(\rho^*)^2}{2\overline{\rho}} I + \frac{\rho^*}{\overline{\rho}}(p+\tau)rI \geq I_f = I - A$$

Ils investiront donc au maximum le montant suivant :

$$I(\rho^*) = \frac{A}{1 - s + \frac{(\rho^*)^2}{2\overline{\rho}} - \frac{\rho^*}{\overline{\rho}}(p+\tau)r}$$

9. En déduire le contrat de financement (ρ^*, I^*) optimal proposé par l'entrepreneur.

On déduit du résultat précédent en $I(\rho^*)$ la nouvelle expression suivante pour le surplus $S\big(\rho^*, I(\rho^*)\big) = S(\rho^*)$.

$$S(\rho^*) = \left[s + \frac{\rho^*}{\overline{\rho}}(p+\tau)R - 1 - \frac{(\rho^*)^2}{2\overline{\rho}}\right] \frac{A}{1 - s + \frac{(\rho^*)^2}{2\overline{\rho}} - \frac{\rho^*}{\overline{\rho}}(p+\tau)r}$$

On a donc le programme suivant en ρ^*

$$\max_{\{\rho^*\}} S(\rho^*) = \max_{\{\rho^*\}} \frac{s + \frac{\rho^*}{\overline{\rho}}(p+\tau)R - 1 - \frac{(\rho^*)^2}{2\overline{\rho}}}{1 - s + \frac{(\rho^*)^2}{2\overline{\rho}} - \frac{\rho^*}{\overline{\rho}}(p+\tau)r} A$$

La CPO en ρ^* nous fournit simplement :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial \rho^*} &= 0 \Longrightarrow \\
0 &= \big((p+\tau)R - \rho^*\big)\left(1 - s + \frac{(\rho^*)^2}{2\overline{\rho}} - \frac{\rho^*}{\overline{\rho}}(p+\tau)r\right) \\
&\quad - \big(\rho^* - (p+\tau)r\big)\left(s + \frac{\rho^*}{\overline{\rho}}(p+\tau)R - 1 - \frac{(\rho^*)^2}{2\overline{\rho}}\right)
\end{aligned}$$

En réarrangeant les termes, on obtient :

$$\begin{aligned}
\frac{(\rho^*)^2}{\overline{\rho}}(p+\tau)(R-r) &= \big((p+\tau)(R-r)\big)\left(1 - s + \frac{(\rho^*)^2}{2\overline{\rho}}\right) \\
\frac{(\rho^*)^2}{\overline{\rho}} &= 1 - s + \frac{(\rho^*)^2}{2\overline{\rho}} \\
\frac{(\rho^*)^2}{2\overline{\rho}} &= 1 - s
\end{aligned}$$

Optimal debt–maturity management.

Nous cherchons à savoir comment ce contrat $(\rho^*, I(\rho^*))$ peut être simplement mis en place avec de la dette à court–terme (d^*). En effet, il faut que lorsque $\rho > \rho^*$, l'entreprise soit effectivement liquidée. Pour ce faire, il suffit que l'entrepreneur ait une certaine somme à payer en période 1 (dette à CT).

10. Pourquoi en absence de dette à court–terme, le contrat optimal décidé *ex–ante* en période 0 n'est pas nécessairement mis en place *ex–post* une fois le choc de liquidité observé.
À quelle condition sur d^*, l'entrepreneur est-il refinancé lorsque $\rho \leq \rho^*$? En déduire la structure de la dette d^*.

Si le contrat signé à la forme (ρ^*, I), une fois en période 1, pour un choc de liquidité $\rho > \rho^*$, l'entrepreneur peut toujours aller voir un investisseur et continuer quand même le projet tant que $(p+\tau)r > \rho - s$ (tant que $\rho < s + (p+\tau)r$). Le projet peut alors être continué. Le seuil au–delà duquel le projet est continué est supérieur à ρ^*.
Le contrat optimal (ρ^*, I) est rendu possible par un niveau de dette à court–terme tel que :

$$s - d^* + (p+\tau)r = \rho^*$$

En effet, en période 1, les investisseurs accepteront de financer le manque de liquidités en réinvestissant du capital (lorsque $\rho^* > \rho > s - d^*$), si et seulement si ils récupèrent (en espérance) au moins cette nouvelle quantité investie en période 2 (en effet, s'ils ne refinancent pas, comme le projet est abandonné, ils n'obtiennent rien de toutes les façons !).
Donc si ils acceptent de refinancer, ils récupèrent $(p+\tau)rI + (s - d^*)\, I$. Le coût du refinancement est : ρI. Ils refinancent tant que $(p+\tau)rI > (\rho + d^* - s^*)\, I$. Dans le pire cas (niveau limite pour lequel le projet est continué), $\rho = \rho^*$ et $\rho^* + d^* - s^* = (p+\tau)rI$.
Le contrat optimal est donc implémenté avec une structure de financement qui a la forme suivante :

$$\begin{aligned} d^* &= s - \rho^* + (p+\tau)r \\ &= s - \sqrt{2\overline{\rho}\,(1-s)} + (p+\tau)r \\ I^* &= \frac{A}{1 - s - \frac{\sqrt{2\overline{\rho}(1-s)}}{\overline{\rho}}(p+\tau)r} \end{aligned}$$

Plus s est élevé, plus il y a de firmes liquidées en période 1 ($\frac{\partial \rho^*}{\partial s} < 0$). Cela peut paraître contre–intuitif mais lorsque s est élevé, les entrepreneurs ont davantage recours à de la dette à CT (pour mener des projets de taille + importante), ce qui les fragilise en période 1 et augmente les liquidations.
Enfin, le niveau de dette à CT est d'autant + important que l'État adopte une politique accommodante à l'égard des investisseurs étrangers ($\uparrow \tau$) (en rendant plus facile le refinancement). Comme précédemment, une hausse de τ augmente la taille des projets.

Impact sur l'action du Gouvernement.

11. Quelle est la part des entreprises qui ne sont pas liquidées en période 1 en fonction de τ et d^* ? Quelle est la politique du gouvernement en période 1 (on supposera que le coût $\gamma(\tau)$ est supportée par les entreprises non liquidées) ? Commenter. En particulier, quel est l'impact d'un niveau élevé de dette à court–terme contractée par les firmes sur la politique choisie par le gouvernement ?

La part d'entreprises non liquidées est :

$$\frac{\rho^*(\tau)}{\overline{\rho}} = \frac{s - d^* + (p+\tau)r}{\overline{\rho}}$$

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial d^*} < 0 \quad et \quad \frac{\partial \rho^*}{\partial \tau} > 0$$

Plus le gouvernement adopte un politique "investor–friendly", plus la part des entreprises refinancées augmente.
Plus le niveau de dette à court–terme est élevé, moins il y a d'entreprises en mesure de faire face au choc de liquidité.
Le gouvernement maximise le welfare ex–post :

$$\max_{\{\tau\}} \left[\frac{\rho^*(\tau)}{\overline{\rho}} \left((p+\tau)(R-r) - \gamma(\tau) \right) \right] I$$

La CPO fournit :

$$\begin{aligned} \frac{\rho^*(\tau^*)}{\overline{\rho}} \gamma'(\tau^*) &= \frac{\rho^*(\tau^*)}{\overline{\rho}} (R-r) + \frac{r}{\overline{\rho}} \left((p+\tau^*)(R-r) - \gamma(\tau^*) \right) \\ \gamma'(\tau^*) &= (R-r) + r \frac{\left[(p+\tau^*)(R-r) - \gamma(\tau^*) \right]}{\rho^*(\tau^*)} > R-r \end{aligned}$$

Si le nombre d'entreprises en liquidation augmente, $\rho^* \downarrow$, le gouvernement adopte une politique plus "investor–friendly" ($\tau^* \uparrow$) pour augmenter le nombre d'entreprises qui se refinancent (et réduire les liquidations). En particulier plus le niveau de dette à CT est élevé, plus il y a d'entreprises qui rencontrent des problèmes de liquidités et plus l'État adopte une politique "investor–friendly" : un niveau de dette à CT élevé discipline l'État (réduction de l'aléa moral du gouvernement). En d'autres termes, un niveau de dette à CT élevé fragilise les firmes et force le gouvernement à les sécuriser. Cela augmente le niveau τ^* choisi en date 1 et donc les conditions de financement en période 0. *Les projets sont donc de taille plus importantes à l'équilibre ($I \uparrow$ avec τ^*).*

E. 3. Dollarisation du passif

Dans cette section, on étudie l'impact du choix de la dénomination du passif. Il y a deux biens (un tradable repéré par un * et un non–tradable) et deux économies (une domestique et une étrangère).
Comme précédemment, il y a trois périodes 0,1 et 2. La date 0 correspond à la date de financement, la date 2 à la date de retour des investissements et la date 1 à la période intermédiaire où le gouvernement choisit sa politique.
On note W^f l'utilité des étrangers et W^h celle des résidents. Les étrangers valorisent de façon égale les biens tradables de la date 0 et de la date 1 avec un taux d'intérêt à nouveau nul :

$$W^f = c_0^\star + c_2^\star$$

Les domestiques valorise les consommations de la période 2 tradables et non–tradables ainsi que le bien public $g^\star$ (u et v sont strictement croissantes et concaves) :

$$W^h = c_2 + u_2(c_2^\star) + v(g^\star)$$

12. Déterminer e_2, le prix en $t = 2$ du tradable exprimé en non–tradable. Interpréter e_2.

L'agent a un revenu R donné qu'il alloue en consommation de tradable et de non–tradable.

$$\max_{c_2, c_2^\star} c_2 + u_2(c_2^\star) + v(g^\star)$$
$$c_2 + e_2\, c_2^\star \leq R$$

Le Lagrangien et les CPO fournissent $e_2 = u'(c_2)$. C'est le taux de change de la monnaie étrangère (tradables) exprimé en monnaie domestique (non–tradables).

Le résident domestique représentatif est un entrepreneur qui transforme un input tradable $I_f^\star$ en un output non–tradable $y(I_f^\star)$ (y est strictement concave et vérifie les conditions d'Inada[2]). L'input $I_f^\star$ est emprunté à la date 0 aux étrangers et l'entrepreneur ne dispose d'aucune dotation initiale.
L'entrepreneur s'engage à rembourser à la date 2 $d_2^\star$ en tradables et d_2 en non–tradables. Si d_2 est payé directement à partir de y aux investisseurs, l'entrepreneur doit convertir sa production non–tradable pour payer $d_2^\star$.
À la date 1, le gouvernement choisit le niveau de dépenses publiques $g^\star \in [0\,,\, R^\star]$. L'idée est que des dépenses publiques élevées ($g \uparrow$) se fait au prix d'une diminution des tradables disponibles en seconde période ($R^\star - g^\star \downarrow$). $R^\star$ est la dotation initiale du gouvernement en tradables.

La politique de premier rang

13. Exprimer l'utilité de l'agent représentatif à l'aide des contraintes de ressources et des équilibres offre–demande en fonction de $R^\star$, $g^\star$ et $I_f^\star$.
L'équilibre offre/demande en non–tradable fournit $y(I_f^\star) = c_2$. La réserve de tradables peut être consommée, redistribuée aux investisseurs ou transformée en bien public : $R^\star = g^\star + I_f^\star + c_2^\star$. On en déduit :

$$W^h = y(I_f^\star) + u_2(R^\star - g^\star - I_f^\star) + v(g^\star)$$

Ici l'opération d'investissement–remboursement est neutre.

14. Quelle est l'optimum de premier rang en $I_f^\star$ et $g^\star$?
Au premier rang, on détermine conjointement les valeurs de $I_f^\star$ et $g^\star$ qui maximisent le bien–être de l'agent domestique. L'objectif est :

$$\max_{g^\star\,,\, I_f^\star} \left\{ y(I_f^\star) + u_2(R^\star - g^\star - I_f^\star) + v(g^\star) \right\}$$

Les CPO fournissent :

$$\begin{aligned} y' &= u_2' \\ v' &= u_2' \end{aligned}$$

On a donc $y' = u_2' = v' = e_2$.

15. Écrire l'équilibre offre/demande sur le marché des tradables en fonction notamment de $c_2^\star$, d_2, $d_2^\star$ et e_2. Commenter l'impact de $g\star$ sur le taux de change et sur la consommation.

[2] Rappels sur les conditions d'Inada : y est dérivable et vérifie $y(0) = 0$, $y'(0) = \infty$ et $y'(\infty) = 0$.

Par rapport à la question précédente, il suffit d'écrire que $I_f^\star$ est financé par $d^\star$ et par d_2 qu'il faut changer en tradables au taux $1/e_2$. On a donc :

$$c_2^\star + d_2^\star + \frac{d_2}{e_2} = R^\star - g^\star$$

Si $g^\star$ augmente, alors e_2 croît. De plus le multiplicateur de dépenses publiques sur la consommation est toujours supérieur à -1 (et égal quand $d_2 = 0$). Une hausse des dépenses publiques n'évince pas complètement la consommation privée car elle déprécie aussi en partie la dette exprimée en non–tradables (i.e. dette domestique). L'hypothèse forte est que les agents domestiques ici ne sont pas affectés par la dépréciation.

16. Quelle est la politique optimale du gouvernement à la date 1 ? À quelle condition coïncide–t–elle avec la politique de premier rang ? Commenter.

Il choisit $g^\star$ de façon à maximiser l'utilité de l'agent domestique sous la contrainte budgétaire précédente. (NB : les non–tradables n'interviennent pas ici car l'investissement $I_f^\star$ est connu à la date 1).

$$\max_{g^\star} u_2(c_2^\star) + v(g^\star)$$

$$s.t. \qquad c_2^\star + d_2^\star + \frac{d_2}{e_2} = R^\star - g^\star$$

On en déduit $v' = u_2' \left| \frac{dc_2^\star}{dg^\star} \right|$. Les deux politiques coïncident si il y a éviction complète de la consommation privée par la consommation publique, soit $d_2 = 0$.

Quand une partie de la dette des firmes est émise en monnaie domestique (non–tradables), le gouvernement consomme trop de réserves internationales et dépense trop.